

2. ผลการเปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงยอมรับสมมติฐานการวิจัย ข้อที่ 2

3. ความพึงพอใจของนักเรียนหลังการเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการประเมินพบว่านักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด

คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน
เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

นายนรินทร์ มิระสิงห์
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนเทศบาลวารินวิชาชาติ
กองการศึกษา เทศบาลเมืองวารินชำราบ
อำเภอวารินชำราบ จังหวัดอุบลราชธานี
กรมส่งเสริมการปกครองท้องถิ่น กระทรวงมหาดไทย

คำนำ

คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นเอกสารที่อธิบายรายละเอียดของรูปแบบการเรียนการสอน จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ที่จะนำรูปแบบการเรียนการสอนนี้ไปใช้ได้อย่างเข้าใจในองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการเรียนการสอน ทราบถึงสิ่งที่ต้องการศึกษา การจัดเตรียม และการใช้รูปแบบการเรียนการสอนนี้ในการดำเนินการเรียนการสอนอย่างราบรื่นและบรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน ผู้ที่ต้องการนำรูปแบบการเรียนการสอนนี้ไปใช้ควรศึกษาคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนนี้ให้เข้าใจก่อน ซึ่งคู่มือฉบับนี้ประกอบด้วย สารสำคัญ 6 ประการ ดังต่อไปนี้

1. แนวทางในการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้
2. ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน
3. แนวคิด หลักการ และทฤษฎีที่ใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน
4. องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน
5. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอน
6. ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินผล

แนวทางในการนำรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model) ไปใช้

การนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพและเกิดประสิทธิผลสูงสุดกับผู้เรียนนั้นเป็นสิ่งสำคัญ ดังนั้น ก่อนที่จะนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ ผู้สอนควรศึกษาข้อควรปฏิบัติ ดังต่อไปนี้

ข้อควรปฏิบัติก่อนดำเนินการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

1. ศึกษารายละเอียดของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน
 - 1.1 ศึกษาแนวทางในการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ ประกอบกับการศึกษาส่วนอื่น ๆ ในคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.2 ศึกษาความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน แนวคิดหลักการ และทฤษฎีที่ใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ คือ 1) หลักการของรูปแบบการเรียนการสอน 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน 3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ 4) การวัดและประเมินผลของรูปแบบการเรียนการสอน 5) ปัจจัยสนับสนุนการจัดการเรียนรู้ เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด หลักการและทฤษฎี ซึ่งเป็นที่มาของรูปแบบการเรียนการสอน ทำให้เห็นภาพรวมและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ
 - 1.3 ศึกษาตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการคูณและการหารโดยใช้บัญญัติไตรยางค์ ในคู่มือเล่มนี้ ซึ่งมีลักษณะดังนี้
 - 1.3.1 แผนการจัดการเรียนการสอนแต่ละแผน มีลักษณะสำเร็จรูปและยืดหยุ่นในตัว ประกอบด้วย ชื่อแผนการจัดการเรียนการสอน จำนวนชั่วโมงที่ใช้สอน สารและมาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ในด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการและด้านคุณลักษณะ สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล โดยกระบวนการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนการสอนจะมีขั้นตอนที่แน่นอน แต่ครูผู้สอนสามารถปรับเปลี่ยนสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาในกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมสอดคล้องกับบริบทของผู้เรียน รวมถึงเวลาในการทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรมได้ตามความเหมาะสมเพื่อประโยชน์สูงสุดของผู้เรียน

1.3.2 แผนการจัดการเรียนการสอนแต่ละแผนมีการกำหนดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ นำไปสู่การสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยกิจกรรมการเรียนการสอนประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม (Review previous knowledge) ขั้นที่ 2 เรียนรู้เนื้อหาใหม่ (Educate) ขั้นที่ 3 ฝึกทักษะให้เชี่ยวชาญ (Practice) ขั้นที่ 4 ประเมินผลงาน สะท้อนกลับ (Learning reflection) และ ขั้นที่ 5 นำไปปรับประยุกต์ใช้ (Apply)

2. จัดเตรียมสิ่งที่จำเป็นในการจัดการเรียน เมื่อได้ศึกษาส่วนต่าง ๆ ในคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนครบแล้ว สิ่งควรดำเนินการก่อนจัดการเรียนการสอน มีดังนี้

2.1 ศึกษาแผนการจัดการเรียนการสอนอย่างละเอียด

2.2 ศึกษาและจัดเตรียมสื่อการสอนที่เสนอไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ให้เพียงพอกับจำนวนนักเรียนและเตรียมแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลายทั้งเอกสาร วัสดุอุปกรณ์และสิ่งแวดล้อมอื่นให้พร้อมสำหรับการใช้งาน

2.3 ศึกษาและจัดเตรียมเครื่องมือเกี่ยวกับการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนจากองค์ประกอบด้านการวัดและประเมินผล ตัวอย่างตามรูปแบบการเรียนการสอน ตัวอย่างแบบทดสอบแบบสังเกตทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตามจุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนการสอน

2.4 ในกรณีที่ครูผู้สอนต้องการสอนเนื้อหาตามตัวอย่างที่แสดงไว้ในแผนการจัดการเรียนการสอน ครูผู้สอนสามารถนำตัวอย่างแบบทดสอบและแบบสอบถามความคิดเห็นในคู่มือเล่มนี้ไปใช้ได้โดยศึกษาวิธีใช้ตามคำแนะนำที่ให้ไว้

แนวทางในการดำเนินการเรียนการสอน

เมื่อได้ศึกษาและจัดเตรียมสิ่งที่จำเป็นสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้พร้อมแล้ว การดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ มีข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอนดังนี้

บทบาทของครูในการดำเนินการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอน ครูผู้สอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามกระบวนการของกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนการสอน เพื่อเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยครูผู้สอนต้องมีทักษะการใช้คำถาม การสื่อสาร การเชื่อมโยงการจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้ และกระบวนการคิด เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะโดยครูจะเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและให้ผู้เรียนได้ฝึกอย่างอิสระ

2. ครูต้องจัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ ดูแลช่วยเหลือนักเรียนให้เกิดการเรียนรู้ มีการทำงานร่วมกัน มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

3. ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันเรียนรู้และฝึกทักษะ ให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนในทุกขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนการสอน

4. กระตุ้นให้ให้ผู้เรียนสามารถคิดแก้ปัญหาและเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์จำแนกแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถาม เชื่อมโยงหาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล ออกแบบกระบวนการในการแก้ปัญหา บอกขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบและวิเคราะห์ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้มา

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน	1
แนวคิด หลักการ และทฤษฎีที่ใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model)	9
องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model)	15
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model)	19
บรรณานุกรม	39

ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผลกระบวนการแก้ปัญหา เสริมสร้างการคิดอย่างมี วิจารณ์ญาณและเป็นระบบ ทำให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ สามารถ คาดการณ์ วางแผน และตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) นอกจากนี้วิชา คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐาน ในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับ นานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้อง กับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุค โลกาภิวัตน์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. 2560) วิชา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21

การเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 มุ่งพัฒนาให้นักเรียนทุกคนมีคุณลักษณะและทักษะการเรียนรู้ อัน ได้แก่การมีทักษะการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้ เทคโนโลยีการสื่อสารและการร่วมมือ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. 2560) ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาทักษะ ศตวรรษที่ 21 ช่วยให้วางแผนและแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (สถาบันส่งเสริม การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) ทักษะการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ และชีวิตประจำวัน ซึ่งทักษะการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝนและพัฒนา ทักษะให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยนักเรียนจำเป็นต้องมีการนำความรู้และทักษะต่าง ๆ มาใช้ร่วมกัน เพื่อให้สามารถแก้ไขปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม ซึ่งสอดคล้องกับ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) ได้สรุปว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรได้รับการเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน อันเนื่องมาจากการเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยให้ ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่ เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

การสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 จึงเป็นการสอนเพื่อเตรียมพร้อมให้ผู้เรียนรับการ เปลี่ยนแปลงของโลกทั้งด้านเนื้อหาวิชา ด้านทักษะการเรียนรู้ และทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 ได้แก่ทักษะการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ ทักษะการคิดและแก้ปัญหา ทักษะการสื่อสาร และทักษะชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) ยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี (พ.ศ. 2561 – 2580) ได้กำหนดยุทธศาสตร์ชาติด้านการพัฒนาและเสริมสร้างศักยภาพทรัพยากรมนุษย์โดยหนึ่งในเจ็ด ประเด็นนั้นเป็นประเด็นด้านการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้ที่ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงในศตวรรษที่ 21 ที่กล่าวถึงการเปลี่ยนระบบการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการพัฒนาทักษะสำหรับศตวรรษที่ 21 และเปลี่ยน โฉมบทบาทครูให้เป็นครูยุคใหม่ ซึ่งแนวทางดังกล่าวสอดคล้องกับนโยบายของกระทรวงศึกษาธิการใน

การมุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนมีคุณธรรม รักความเป็นไทย มีทักษะการคิดวิเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ มีทักษะด้านเทคโนโลยี สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมโลกได้อย่างสันติ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551)

ถึงแม้วิชาคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญต่อการพัฒนามนุษย์และเป็นพื้นฐานในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ จากที่กล่าวมาข้างต้น แต่ปัจจุบันการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เพราะจัดการเรียนการสอนแบบเดิม ๆ คือ การสอนที่เน้นความจำในเรื่อง สูตร นิยาม และวิธีการที่ถูกต้อง โดยครูเขียนสิ่งที่อธิบายบนกระดาน สิ่งนี้นักเรียนได้จะเป็นความรู้และความจำเท่านั้น (ชุตินา นุณอิม และวณิชกร สุภาพ, 2558) ทำให้นักเรียนไม่สามารถตีความโจทย์ปัญหาได้ เมื่อเจอโจทย์ที่แตกต่างจากตัวอย่าง นักเรียนก็ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ เพราะนักเรียนขาดทักษะในการแก้ปัญหา (ต้องใจ โสภา, 2564) ซึ่งเห็นได้จากผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชาติและนานาชาติระดับชาติ ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนจากการทดสอบระดับชาติ (National Testing: NT) บ่งชี้ให้เห็นคะแนนเฉลี่ยความสามารถพื้นฐานในด้านคำนวณ (Numeracy) และด้านเหตุผล (Reasoning Ability) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทั่วประเทศต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคะแนนเฉลี่ยความสามารถด้านคำนวณต่ำกว่าทุก ๆ ด้านเช่นเดียวกับการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ที่บ่งชี้ว่าผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำระดับนานาชาติ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2561 :5) และรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (Ordinary National Educational Test: O-NET) ปีการศึกษา 2564 ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่าคะแนนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศ คือ 36.83 ปีการศึกษา 2565 คะแนนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศ คือ 28.06 ซึ่งมีค่าลดลงมาก และมีแนวโน้มที่จะลดลงได้อีก และเมื่อพิจารณาผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (Ordinary National Educational Test: O-NET) ของโรงเรียนเทศบาลวารินวิชาชาติ วิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2564 มีค่าเฉลี่ย 33.43 ปีการศึกษา 2565 มีค่าเฉลี่ย 23.60 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยระดับประเทศ โดยพบว่า สาเหตุที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศได้แก่ จำนวนและพีชคณิต สถิติและความน่าจะเป็น และการวัดและเรขาคณิต (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2565) และคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 รายวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลวารินวิชาชาติ มีคะแนนเฉลี่ยน้อยกว่าเกณฑ์ที่สถานศึกษากำหนด ซึ่งวิเคราะห์และสอบถามครูผู้สอนในระดับเดียวกันพบว่านักเรียนยังขาดทักษะการแก้ปัญหา เนื่องจากการสอนแบบเดิมนักเรียนมีโอกาสปฎิบัติกิจกรรมและฝึกทักษะแก้โจทย์ปัญหาน้อย นักเรียนจึงไม่สามารถคิดวิเคราะห์และเชื่อมโยงความรู้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ (ต้องใจ โสภา, 2564) ทั้งปัญหาด้านผู้เรียนที่นักเรียนบางคนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพราะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก มีกฎ

หรือสูตรที่ต้องท่องจำมาก เป็นวิชาที่ต้องทำแบบฝึกหัดมาก ทำให้เกิดความท้อแท้ เบื่อหน่ายและเกิดความไม่มั่นใจในการเรียน ซึ่งเป็นอุปสรรคให้นักเรียนไม่สามารถสร้างความคิดรวบยอดได้ ผู้เรียนบางคนยังมีความรู้ ทักษะ หรือประสบการณ์เดิมไม่เพียงพอที่จะเชื่อมโยงกับการเรียนรู้ใหม่ นักเรียนบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจความเข้าใจโจทย์ปัญหา ไม่สามารถคิดคำนวณได้ถูกต้องแม่นยำ และนักเรียนขาดความเข้าใจกระบวนการหรือวิธีการแก้โจทย์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) จึงส่งผลให้นักเรียนขาดทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ดังนั้นครูควรวางวิธีสอนที่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ และแก้ปัญหาได้

เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎและสูตรต่างๆ เพื่อนำไปใช้แก้ไขปัญหามีความสำคัญต่อชีวิต และเนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการอย่างหนึ่ง ดังนั้นครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา แม้ว่าจะมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ แต่มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยที่ไม่รู้ว่าควรเริ่มต้นแก้ปัญหานั้นอย่างไร และจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไรต่อไป ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่มีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) โดยครูในยุคนี้จะไม่ได้ทำหน้าที่เป็นเพียงผู้สอนที่ทำการถ่ายทอดความรู้อยู่ที่กระดานหน้าชั้นเรียนเพียงอย่างเดียว แต่ครูต้องเป็นผู้กระตุ้นและสร้างแรงบันดาลใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้ สังเกต ค้นคว้าหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลายด้วยตนเอง ครูต้องทำตัวเป็นเหมือนนั่งร้าน (Scaffolding) ให้นักเรียนค่อย ๆ สร้างองค์ความรู้ในระดับที่สูงและซับซ้อนขึ้น ซึ่งการที่นักเรียนจะไต่ระดับให้สูงขึ้นไปได้นั้น นั่งร้านที่แข็งแรงและมั่นคงมีความสำคัญต่อการต่อยอดองค์ความรู้ของนักเรียนเป็นอย่างยิ่ง (สุพรรณิการ์ ชนะนิล, 2560) ในฐานะที่ผู้วิจัยเป็นครูผู้สอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลวารินวิชาชาติ ได้ศึกษาโดยละเอียดพบว่า เนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน สามารถที่จะฝึกให้นักเรียนมีการคิดวิเคราะห์ การคิดแก้ปัญหาและสร้างความคิดรวบยอดเพิ่มมากขึ้นได้ เพียงแต่ขาดเครื่องมือที่เหมาะสมกับบริบทของผู้เรียนในการจัดการเรียนการสอน และพบว่าเนื้อหาเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาการคูณหารโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ ซึ่งเป็นเนื้อหาในสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต เป็นเรื่องที่ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจและยังมีความสับสนอยู่ และเป็นสาระที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศจากการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) โดยเรื่องดังกล่าวหากไม่เข้าใจตั้งแต่เริ่มต้นก็จะส่งผลต่อการแก้ปัญหารายวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ตามมา เช่น ร้อยละ อีกทั้งเนื้อหาดังกล่าวเป็นเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่พบเห็นได้จริงในชีวิตประจำวันของนักเรียน จึงเป็นประเด็นท้าทายที่สำคัญที่ครูผู้สอนต้องคิดค้น และปรับเปลี่ยนใช้วิธีการใหม่ ๆ ให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์เดิมกับการเรียนรู้ใหม่ ให้ผู้เรียนสร้างความรู้หรือได้ประสบการณ์ใหม่จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งการที่จะทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ได้นั้นครูจะต้องทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการเรียนคณิตศาสตร์มีความสำคัญและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้จริงและครูจำเป็นจะต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิด

แรงจูงใจในการเรียนรู้ โดยการสร้างบรรยากาศชั้นเรียนที่ช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน สร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นต่อตัวผู้เรียนพร้อมทั้งทำให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ดีต่อครูผู้สอน ครูจึงควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการบูรณาการเชื่อมโยงสาระในกลุ่มต่างๆ เข้าด้วยกันและจัดกิจกรรมให้หลากหลายสอดคล้องกับความถนัด ความสนใจและความแตกต่างระหว่างบุคคล ให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมและปฏิบัติจริงจนค้นพบข้อความรู้และวิธีการปฏิบัติด้วยตนเองจากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายจนสามารถพัฒนาทักษะความเชี่ยวชาญให้กับตนเอง สามารถกำกับกับการเรียนรู้และมีการเรียนรู้แบบนำตนเอง ให้สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาเป็นรูปแบบการสอนหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่แต่ละขั้นตอนมีความเกี่ยวเนื่องและเชื่อมโยงกัน ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนมีการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นเป็นตอน โดยมี 4 ขั้นตอน คือ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) คิดวางแผน 3) ดำเนินการตามแผน และ 4) ตรวจสอบ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาจะทำให้นักเรียนมีความรอบคอบ เข้าใจปัญหา เลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา จนนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง (วิไลวรรณ สุระวนิชกุล, 2562) ซึ่งสอดคล้องกับ (ครองสุข วดีศิริศักดิ์, 2546) ได้สรุปว่า วิธีการสอนแก้ปัญหตามแนวคิดโพลยา เป็นการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนมีวิธีที่ดีในการแก้ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหาโดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นหารูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดโพลยา 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) ปฏิบัติตามแผน และ 4) ตรวจสอบ โดยจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า มีงานวิจัยที่นำการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการตามแนวคิดโพลยาไปใช้ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เช่น (ณัฐพร นวนสาย, 2554) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับ (วิไลวรรณ สุระวนิชกุล, 2562) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผลการศึกษาค้นคว้าสนับสนุนว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดโพลยาทำให้นักเรียนแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นจริง

ทักษะที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหา และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น การที่ผู้เรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและมีความคงทนในการเรียนรู้ ตลอดจนช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ ในการจัดการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้วยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และแก้ปัญหา เช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลัง และผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหารงานเกษตร งานออกแบบสร้างที่บ่อ บรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561 : 93-96)

ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต้องให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะในการให้เหตุผล ทักษะในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ ทักษะในการเชื่อมโยงความรู้ และทักษะการมีความคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2561) ซึ่งการจะได้มาซึ่งทักษะดังกล่าวนี้ ผู้สอนต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ครอบคลุมครบถ้วน กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ทักษะต่าง ๆ เพื่อแก้ปัญหา โดยสามารถอธิบายขั้นตอนการหาคำตอบพร้อมทั้งให้เหตุผลของคำตอบที่ได้ ใช้ความรู้ทางจำนวนและพีชคณิตในการแก้ปัญหาหรืออธิบายเหตุผล ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันหรือกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรค์ผลงานที่หลากหลายและแตกต่างจากคนอื่น ซึ่งทักษะการแก้ปัญหานั้นถือเป็นจุดเริ่มต้นของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นทักษะการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์จึงเป็นหัวใจสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งทักษะดังกล่าวนี้ นักเรียนต้องอาศัยความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ และสูตรต่าง ๆ นำไปใช้แก้ปัญหา จึงจะทำให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอน มีระเบียบแบบแผน และตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง (สิริพร ทิพย์คง, 2545) ซึ่งการที่จะส่งเสริมให้นักเรียนให้ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์และสามารถมีทักษะการแก้ปัญหาก็จะต้องมีการเสริมสร้างความรู้ให้แก่ นักเรียนอย่างเหมาะสม หลากหลายและเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยคำนึงถึงความสามารถของผู้เรียนที่แตกต่างของผู้เรียนแต่ละบุคคล บนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองตามความชอบและวิธีการที่ตนถนัด การศึกษาจึงมีการจัดกิจกรรมที่หลากหลายสอดคล้องกับการทำงานของสมอง ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกรู้สึกว่าถูกท้าทาย เขาจะไม่คิดว่าเป็นภาระที่น่าเบื่อ แต่จะเรียนด้วยความสนุกสนานและเพลิดเพลินต่อเนื่องเป็นเวลานาน เนื่องจากเป็นกระบวนการที่สอดคล้องกับการทำงานของสมองเป็นการเรียนรู้โดยธรรมชาติส่งผลให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถเต็มตามศักยภาพของตนเอง (เอียร์ พานิช. 2544)

จากการศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์พบว่า มีหลากหลายวิธีการจัดการเรียนรู้ สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ซึ่งเป็นหน่วยงานที่มีภาระหลักในการปรับปรุงหลักสูตรและการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้กำหนดรูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ทบทวนพื้นฐานความรู้เดิม เพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับ

ความรู้ใหม่ 2) การสอนเนื้อหาใหม่ ประกอบด้วย การทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ การหาวิธีการที่จะแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหาตามวิธีที่คิดไว้ และการตรวจสอบ 3) การสรุปทบทวน 4) การฝึกทักษะจากหนังสือเรียน บัตรงาน 5) การนำความรู้ไปใช้ และ 6) การประเมินผล (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2549 : 191-195) นอกจากนี้ยังมีรูปแบบการเรียนรู้ที่สามารถประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ อาทิเช่น วัฏจักรการเรียนรู้ของคาร์ปลัส (Karplus Learning Cycle Model) ซึ่งในช่วงปี ค.ศ. 1960 (พุทธศักราช 2510) Robert Karplus และคณะทำงานจาก Science Curriculum Improvement Study; SCIS ได้เสนอวัฏจักรการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน แต่ละขั้นในวัฏจักรการเรียนรู้มีจุดมุ่งหมาย ดังนี้ 1) ขั้นสำรวจและค้นหา เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจปรากฏการณ์หรือสิ่งต่าง ๆ รอบตัว 2) ขั้นแนะนำแนวคิด เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สร้างแนวคิดผ่านการพูดคุย ปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนหรือผู้สอน หรือจากการอ่านหนังสือเรียน 3) ขั้นประยุกต์ใช้แนวคิด เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ใช้แนวคิดที่เรียนรู้มาเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ใหม่ หลังจากนั้นกลุ่มผู้พัฒนาหลักสูตรชีววิทยาที่มีชื่อว่า Biological Sciences Curriculum Study; BSCS ประเทศสหรัฐอเมริกาได้พัฒนาต่อยอดมาจากวัฏจักรการเรียนรู้ของคาร์ปลัส โดยการเพิ่มอีก 2 ขั้นตอนเข้าไปในวัฏจักรการเรียนรู้ของคาร์ปลัสและกำหนดชื่อขั้นตอนทั้ง 5 ขั้นใหม่ เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้แบบ 5 ขั้น (5E Learning Cycle Model) ประกอบด้วย ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นหา ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ขั้นขยายความรู้ และขั้นประเมินความรู้ และจากงานวิจัยเรื่องนักเรียนเรียนรู้วิทยาศาสตร์อย่างไร (How students learn science in the classroom, 2005) นักการศึกษาของสหรัฐอเมริกาได้เพิ่มขั้นการจัดการเรียนรู้ขึ้นมา 2 ขั้น จากวัฏจักรการเรียนรู้แบบ 5 ขั้น เพื่อป้องกันการละเลยในเรื่องความรู้เดิมของผู้เรียนซึ่งมีผลต่อการเรียนรู้ และผู้เรียนควรได้รับการประเมินและขยายการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องและสม่ำเสมอเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและยั่งยืน เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้แบบ 7 ขั้น (7E Learning Cycle Model) ซึ่งขั้นตอนในวัฏจักรการเรียนรู้แบบ 7 ขั้น ได้แก่ ขั้นตรวจสอบความรู้เดิม ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นหา ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ขั้นขยายความรู้ ขั้นประเมินความรู้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561: 48 - 49)

อีกทั้งครูผู้สอนคณิตศาสตร์ได้ทำการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะการทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ เช่น ทักษะให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้จัดการเรียนรู้ อาทิ เช่น กิตติมา ปัทมาวิไล (2558 :18) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะการให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีชื่อว่า "RICH Model" ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบเชิงหลักการและวัตถุประสงค์ องค์ประกอบเชิงกระบวนการ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นทบทวน (Reviewing: R) เป็นขั้นทบทวนพื้นฐานความรู้เดิม เพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ 2) ขั้นสืบเสาะ (Inquiring: I) เป็นขั้นสืบเสาะ หาข้อมูลเพื่อวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นสร้างสรรค์และตรวจสอบ (Creating and Checking: C) เป็นขั้นที่ออกแบบกระบวนการและตรวจสอบ และ 4) ขั้นฝึกปฏิบัติให้เกิดความชำนาญ (Habituating : H) เป็นขั้นที่ฝึกปฏิบัติบ่อยๆ ซ้ำ ๆ ให้เกิดทักษะ รวมถึง มัญชนา ลากยั้งยง (2562 : 51) ได้พัฒนา

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความคงทนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีชื่อว่า "REUCA Model" ประกอบด้วย 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) แนวคิดทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบ 4) กระบวนการจัดการเรียนรู้ และ 5) การวัดผลประเมินผล สำหรับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวน (Reviewing: R) เป็นขั้นทบทวนมโนทัศน์เดิมเพื่อเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ใหม่ ขั้นที่ 2 ขั้นยกตัวอย่าง (Example: E) เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ข้อมูลที่เป็นตัวอย่างที่เป็นไปตามมโนทัศน์ ขั้นที่ 3 ขั้นทำความเข้าใจ (Understanding: U) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจตัวอย่างโดยใช้วิเคราะห์และเปรียบเทียบ ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างมโนทัศน์ (Constructing Formation: C) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องสร้างมโนทัศน์โดยการหาความสัมพันธ์ของตัวอย่าง บอกลักษณะร่วม และสรุปมโนทัศน์ และขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ (Applying: A) เป็นขั้นฝึกทักษะโดยการนำมโนทัศน์ไปใช้เพื่อให้เกิดความชำนาญ ซึ่งพบว่าผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสามารถพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการพัฒนาให้สูงขึ้นได้

ในส่วนของการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาได้นำเสนอรูปแบบการเรียนการสอน อาทิเช่น Meir Ben-Hur (2006 : 12) ได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ โดยแบ่งเป็นขั้น 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นฝึกความรู้เดิม (Practice) ขั้นวิเคราะห์ลักษณะของสำคัญมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning) ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้กับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) และ ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) Micheal Crawford (2001, กล่าวถึงใน จิตรวรรณ เอกพันธ์, 2558) ได้เสนอการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทไว้ดังนี้ 1) การสัมพันธ์ความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ (Relating) 2) การสร้างความรู้จากประสบการณ์ (Experiencing) 3) การประยุกต์ใช้ (Applying) 4) การทำงานร่วมกัน (Cooperating) และ 5) การขยายความรู้สู่บริบทใหม่ (Transferring) Mevarech and Kramarski (1997:365-394) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรม IMPROVE ที่เน้นเกี่ยวกับการสร้างความรู้ของนักเรียนไว้เป็น 7 ขั้นตอนดังนี้ 1) Introducing new concept เป็นขั้นนำเข้าสู่ความรู้ใหม่ด้วยการทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับความรู้ใหม่ ให้มีความเข้าใจที่ถูกต้อง 2) Metacognitive questioning เป็นขั้นสร้างและสรุปความรู้ที่ได้จากการใช้ความรู้เดิมที่มีความสัมพันธ์กับความรู้ใหม่ โดยผ่านปัญหาที่เน้นการรู้คิด 3) Practicing เป็นขั้นที่นำความรู้ที่ได้สร้างขึ้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ 4) Reviewing and reducing เป็นขั้นทบทวนและแก้ไขข้อผิดพลาดของความรู้ที่สร้างขึ้น 5) Obtaining เป็นขั้นสนับสนุนให้เกิดความรอบรู้ จากความรู้ที่สร้างขึ้นในขั้น 3 และผ่านการแก้ไขในขั้น 4 โดยครูผู้สอน 6) Verification เป็นขั้นตรวจสอบการเรียนรู้ของความรู้ใหม่ที่นักเรียนได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และ 7) Enrichment เป็นขั้นที่ปรับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนโดยการช่วยเหลือของผู้สอน และพัฒนาความรู้ด้วยการใช้วิธีที่หลากหลาย ซึ่งทั้ง 3 รูปแบบนั้นมีขั้นตอนร่วมกัน โดย นนท์ชัย ขุนวิเศษ (2564 : 13-14) ได้สังเคราะห์เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ เป็น 4 ขั้นตอนดังนี้ 1)

ขั้นตอนการนำเข้าสู่ความรู้ 2) ขั้นตอนการสร้างความรู้ 3) ขั้นตอนการฝึกปฏิบัติความรู้ และ 4) ขั้นตอนการนำความรู้ไปใช้

จากปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยจึงได้นำข้อมูลดังกล่าวไปร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้ทางวิชาชีพ (Professional Learning Community : PLC) กับคณะครูที่สอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคณะครูที่สอนในระดับชั้นเดียวกันเพื่อระดมความคิดเห็นแนวทางในการแก้ไขปัญหา รวมทั้งการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้วทำการวิเคราะห์ สังเคราะห์ รูปแบบจัดการเรียนรู้ที่คาดว่าจะสามารถแก้ไขปัญหาและพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากนักคณิตศาสตร์รวมถึงการศึกษาแนวคิดทฤษฎีของนักการศึกษา นักจิตวิทยาการเรียนรู้ ซึ่งผลการศึกษาค้นคว้า วิเคราะห์ และสังเคราะห์ ได้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ 1) ทบทวนความรู้เพื่อเชื่อมโยง (Review previous knowledge) 2) สร้างองค์ความรู้ใหม่ (Educate) 3) ฝึกให้เชี่ยวชาญ (Practice) 4) ประเมินผลงาน สะท้อนกลับ (Learning reflection) และ 5) นำไปปรับประยุกต์ใช้ (Apply) และผลการศึกษาค้นคว้าสนับสนุนว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาทำให้ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นจริง ผู้วิจัยจึงนำรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สังเคราะห์ขึ้น มาใช้ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยคาดหวังว่ารูปแบบการเรียนการสอนดังกล่าวจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนการสอน สามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนเกิดประสิทธิผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนมีเจตคติที่ดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นได้

แนวคิด หลักการ และทฤษฎีที่ใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model)

แนวคิด หลักการ และทฤษฎีที่ใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

จากการศึกษาและวิเคราะห์แนวคิด หลักการของทฤษฎีการเรียนรู้ แต่ละทฤษฎีมีแนวคิดและหลักการที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แนวคิด ทฤษฎีจิตวิทยาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีการสร้างความรู้ (Constructivism)

การจัดการเรียนรู้แบบสร้างองค์ความรู้ (Constructivism) จัดเป็นทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มปัญญานิยม (Cognitive Psychology) มีรากฐาน มาจากแนวคิดของ Ausubel และ Piaget แนวคิดที่สำคัญ คือ

- ผลการเรียนรู้ขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้ความรู้ และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนด้วย

- การเรียนรู้เกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์ เช่น สร้างความคิดคำจำกัดความ และข้อสรุป ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองมากกว่าการรับฟัง

- มโนทัศน์ที่สร้างขึ้น อาจเป็นที่ยอมรับ หรือไม่ยอมรับก็ได้

- ผู้เรียนเป็นผู้รับผิดชอบการเรียนรู้ และเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

ลักษณะการจัดการเรียนรู้แบบสร้างองค์ความรู้ลักษณะการจัดการเรียนรู้แบบสร้างองค์ความรู้จะเน้นองค์ประกอบที่สำคัญหลายประการ ได้แก่

- กระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน และความสำคัญของความรู้เดิม

- การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเป็นผู้แสดงความรู้ด้วยตนเองและสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

- ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติจริง แสวงหา ค้นคว้าความรู้ด้วยตนเองจนค้นพบความรู้และรู้จักสิ่งที่ค้นพบ เรียนรู้ วิเคราะห์ศึกษาค้นคว้าจนถึงรู้แจ้ง

- ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการกลุ่ม อันเป็นพื้นฐานของการดำรงชีวิตในสังคมอย่างมีความสุข

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Cognitive Development) กล่าวถึงการพัฒนาการทางด้านความคิดของเด็กว่ามีขั้นตอนหรือกระบวนการอย่างไร ทฤษฎีของเพียเจต์ตั้งอยู่บนรากฐานของทั้งองค์ประกอบที่เป็นพันธุกรรม และสิ่งแวดล้อม โดยการเรียนรู้ของเด็กเป็นไปตามพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งจะมีพัฒนาการ ไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้น พัฒนาการเป็นสิ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ ไม่ควรที่จะเร่งเด็กให้ข้ามจากพัฒนาการจากขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่งเพราะจะทำให้เกิดผลเสียแก่เด็ก แต่การจัดประสบการณ์ส่งเสริมพัฒนาการของเด็กในช่วงที่เด็กกำลังจะพัฒนาไปสู่ขั้นที่สูงกว่า สามารถช่วยให้เด็กพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว อย่างไรก็ตาม เพียเจต์เน้นความสำคัญของการเข้าใจธรรมชาติและพัฒนาการของเด็กมากกว่าการกระตุ้นเด็กให้มีพัฒนาการเร็วขึ้น เพียเจต์สรุปว่า

พัฒนาการของเด็กสามารถอธิบายได้โดยลำดับระยะพัฒนาทางชีววิทยาที่คงที่ แสดงให้ปรากฏโดยปฏิสัมพันธ์ของเด็กกับสิ่งแวดล้อม

ทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยงของธอร์นไดค์

ธอร์นไดค์ (Edward L. Thorndike, 1874-1949) กล่าวถึง การเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า (S : Stimulus) กับการตอบสนอง (R : Response) โดยมีความเชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ด้วยการที่มนุษย์ หรือสัตว์ ได้เลือกเอาปฏิกิริยาตอบสนองที่ถูกต่อนั้น มาเชื่อมต่อ (Connect) เข้ากับสิ่งเร้าอย่างเหมาะสม หรือความรู้จะสามารถเกิดขึ้นได้ก็โดยการสร้างสิ่งเชื่อมโยง (Bond) ระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองให้เกิดขึ้น จึงเรียกทฤษฎีการเรียนรู้ของธอร์นไดค์ว่า ทฤษฎีเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง (S - R Bond Theor) หรือ ทฤษฎีสัมพันธ์ต่อเนื่อง(Connectionism Theory) ซึ่งธอร์นไดค์สรุปเป็นกฎการเรียนรู้ได้ดังนี้ (ทศนา แคมมณี, 2548)

1) กฎแห่งความพร้อม (Law of Readiness) หมายถึง สภาพความพร้อม หรือความมีวุฒิภาวะของผู้เรียนทั้งทางร่างกาย ได้แก่อวัยวะต่างๆ ในการเรียนรู้ และจิตใจ รวมทั้งพื้นฐานประสบการณ์เดิม ที่จะเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่หรือสิ่งใหม่ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้

2) กฎแห่งการฝึกหัด (Law of Exercise) หมายถึง การที่ผู้เรียนได้ฝึกหัด หรือกระทำซ้ำๆ บ่อยๆ ย่อมจะทำให้เกิดความสมบูรณ์ถูกต้อง ซึ่งกฎนี้เป็นการเน้นความมั่นคงระหว่างการเชื่อมโยง และการตอบสนองที่ถูกต้อ ย่อมนำมาซึ่งความสมบูรณ์ กฎแห่งการฝึกหัดแบ่งออกเป็น

2.1) กฎแห่งการใช้ (Law of Use) หมายถึง การฝึกฝน การตอบสนอง อย่างใดอย่างหนึ่งอยู่เสมอ ย่อมทำให้เกิดพันธะที่แน่นแฟ้นระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง กล่าวคือ หากได้เรียนรู้สิ่งใดแล้วได้นำไปใช้อยู่เป็นประจำ ก็จะทำให้ความรู้ยังคงทนถาวร และไม่ลืม

2.2) กฎแห่งการไม่ใช้ (Law of Disuse) หมายถึง การไม่ได้ฝึกฝน หรือไม่ได้ใช้ ไม่ได้ทำบ่อยๆ ย่อมทำให้ความมั่นคงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ลดกำลังลง เมื่อบุคคลได้เกิดการเรียนรู้แล้วแต่ไม่ได้นำความรู้ไปใช้ หรือไม่เคยใช้ อาจทำให้ความรู้นั้นลึบเลือนไปได้

3) กฎแห่งความพอใจ (Law of Effect) หมายถึง ผลที่ทำให้เกิดความพอใจ กล่าวคือ เมื่อผู้เรียนได้รับความพอใจจากผลของการเรียนรู้ หรือการกระทำกิจกรรม ก็จะเกิดผลดี ทำให้ผู้เรียนอยากเรียนรู้เพิ่มมากขึ้นอีก และในทางตรงกันข้าม หากผู้เรียนได้รับผลที่ไม่พอใจ ก็จะทำให้ไม่อยากเรียนรู้ หรือเบื่อหน่าย และเป็นผลเสียต่อการเรียนรู้

ทฤษฎีการเสริมแรง (Reinforcement)

การเสริมแรงหรือการเสริมกำลังใจ คือการทำให้บุคคลเกิดความพึงพอใจหลังจากการได้แสดงพฤติกรรมการเรียนรู้เสร็จสิ้นลง เพื่อช่วยให้พฤติกรรมการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นนั้นมีแนวโน้ม ที่จะเกิดขึ้นอีกและเพิ่มความคงทนถาวรยิ่งขึ้น กล่าวคือ เมื่อนักเรียนกระทำพฤติกรรมที่พึงประสงค์แล้ว ครูก็จะต้องให้แรงเสริมด้วยจึงจะช่วยให้การเรียนรู้นั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุดดังนั้นการเสริมแรงและการจูงใจจึงต่างกันตรงที่ว่า การจูงใจใช้ก่อนแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้เกิดขึ้น แต่การเสริมแรงใช้หลังจากพฤติกรรมการเรียนรู้นั้นจบสิ้นลง ซึ่ง Skinner (อ้างใน สุรางค์ โคว์ตระกูล 2556 : 140 - 143) กล่าวถึงการเสริมแรง (Reinforcement) แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. ตัวเสริมแรงทางบวก (Positive Reinforcement) หมายถึง สิ่งเร้าใด ๆ ซึ่งเมื่อนำมาใช้แล้วทำให้อัตราการตอบสนองเพิ่มขึ้น

2. ตัวเสริมแรงทางลบ (Negative Reinforcement) หมายถึง สิ่งเร้าใด ๆ ซึ่งเมื่อนำมาใช้แล้วทำให้การตอบสนองเพิ่มขึ้นในทางลบ ตัวเสริมแรงทางลบ เช่น เสียงดัง อากาศร้อน คำตำหนิ กลิ่น การทำโทษเป็นการนำตัวเสริมแรงลบเข้ามาเพราะการทำโทษบางอย่างหากนำมาใช้จะมีผลต่อการตอบสนองเปลี่ยนไปในลักษณะที่เข้มข้น

การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Process)

เป็นกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สืบค้น สืบเสาะ สำรวจ ตรวจสอบ และค้นคว้าด้วยวิธีการต่างๆ จนเกิดความเข้าใจและรับรู้ความรู้นั้นอย่างมีความหมาย การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ประกอบด้วย 1) ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยนำเรื่องที่สนใจ อาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เรียนมาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม เป็นแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย 2) ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจ มีการกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะหรือปรากฏการณ์ต่างๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การศึกษาข้อมูลจากเอกสารต่างๆ 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลเพียงพอ จึงนำข้อมูลที่ได้อธิบายวิเคราะห์ แปรผล สรุปผล นำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่างๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองหรือรูปวาด 4) ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมแนวคิดที่ได้จะช่วยเชื่อมโยงกับเรื่องต่างๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขึ้น และ 5) ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไรและมากน้อยเพียงใด จากนั้นจะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่นๆ ซึ่งกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งเนื้อหา หลัก และหลักการ ทฤษฎี ตลอดจนการลงมือปฏิบัติเพื่อให้ได้ความรู้

ทฤษฎีการจัดการเรียนรู้ของบลูม (Bloom's Taxonomy)

Bloom ได้กล่าวว่า การเรียนรู้ หมายถึง กระบวนการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจากเดิมไปสู่พฤติกรรมใหม่ที่ค่อนข้างถาวร และพฤติกรรมใหม่นี้เป็นผลมาจากประสบการณ์หรือการฝึกฝน มิใช่เป็นผลจากการตอบสนองตามธรรมชาติหรือสัญชาตญาณ วุฒิภาวะ หรือความบังเอิญพฤติกรรมที่เปลี่ยนไปจะต้องเปลี่ยนไปอย่างค่อนข้างถาวร จึงจะถือว่าเป็นการเรียนรู้ขึ้น หากเป็นการเปลี่ยนแปลงชั่วคราวก็ยังไม่ถือว่าเป็นการเรียนรู้ หากบุคคลเกิดการเรียนรู้จะเกิดการเปลี่ยนแปลงดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงทางด้านความรู้ ความเข้าใจ และความคิด (Cognitive Domain) หมายถึง การเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหาสาระใหม่ ก็จะทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ได้มากขึ้น เป็นการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในสมอง

2. การเปลี่ยนแปลงทางด้านอารมณ์ ความรู้สึก ทักษะคติ ค่านิยม (Affective Domain) หมายถึง เมื่อบุคคลได้เรียนรู้สิ่งใหม่ ก็ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกทางด้านจิตใจ ความเชื่อ ความสนใจ

3. ความเปลี่ยนแปลงทางด้านร่างกาย (Psychomotor Domain) หมายถึง การที่บุคคลได้เกิดการเรียนรู้ทั้งในด้านความคิด ความเข้าใจ และเกิดความรู้สึกนึกคิด ค่านิยม ความสนใจด้วยแล้ว ได้นำเอาสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปปฏิบัติ จึงทำให้เกิดทักษะและความชำนาญมากขึ้น เช่น การใช้มือ การใช้ร่างกาย เป็นต้น

การเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญเกิดขึ้นจากพื้นฐานความเชื่อที่ว่า การจัดการศึกษามีเป้าหมายสำคัญที่สุด คือ การจัดการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคนได้พัฒนาตนเอง สูงสุด ตามกำลังหรือศักยภาพของแต่ละคน แต่เนื่องจากผู้เรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันทั้งด้าน ความต้องการ ความสนใจ ความถนัด และยังมีทักษะพื้นฐานอันเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะใช้ในการเรียนรู้ อันได้แก่ ความสามารถในการฟัง พูด อ่าน เขียน ความสามารถทางสมอง ระดับสติปัญญา และการแสดงผลของการเรียนรู้ออกมาในลักษณะที่ต่างกัน จึงควรมีการจัดการที่เหมาะสมในลักษณะที่แตกต่าง กัน ตามเหตุปัจจัยของผู้เรียนแต่ละคน และผู้ที่มีบทบาทสำคัญในกลไกของการจัดการนี้คือ ครู แต่จาก ข้อมูลอันเป็นปัญหาวิกฤตทางการศึกษา และวิกฤตของผู้เรียนที่ผ่านมา แสดงให้เห็นว่า ครูยังแสดง บทบาทและทำหน้าที่ของตนเองไม่เหมาะสม จึงต้องทบทวนทำความเข้าใจ ซึ่งนำไปสู่การปฏิบัติเพื่อ แก้ไขปัญหาวิกฤตทางการศึกษาและวิกฤตของผู้เรียนต่อไป

แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทาง คณิตศาสตร์เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบจากสถานการณ์ต่าง ๆ โดยผ่านกระบวนการวางแผนเก็บรวบรวม ข้อมูล วิธีการหาแนวทางแก้ปัญหา ตลอดจนมีการตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อหาข้อสรุป หรือคำตอบของปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ สำคัญที่นักเรียนควรจะเรียนรู้และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน จะช่วยให้นักเรียนมีระเบียบ ขั้นตอนในการคิดมีแนวคิดที่หลากหลาย รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

การแก้ปัญหาจะประสบผลสำเร็จหรือไม่นั้น กระบวนการแก้ปัญหาถือว่ามีผลสำคัญ สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่กระบวนการ แก้ปัญหาตามแนวคิดของ Polya. (1957: 5-40) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้ นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปเข้ามา พิจารณาหลากหลาย มุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือ การเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบ หรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาย่อยอื่นอีกหรือไม่สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในนี้ได้

Wilson; et al. (1993: 60) ได้ร่วมกันพัฒนากรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัวสามารถวนไปเวียนมาได้ ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่าเมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหานักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้องความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา สำหรับขั้นตอนของการแก้ปัญหานี้เป็นการแสดงการพิจารณาหรือการตัดสินใจที่จะกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาคือจะมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหา ดังนั้นนักเรียนควรที่จะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้กลยุทธ์ต่างๆ ให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาต่อไป สสวท. (2551: 12-42) ได้แบ่งประเภทของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้แก่ การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ การคิดแบบย้อนกลับ การเปลี่ยนมุมมอง การแบ่งเป็นปัญหาย่อย การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ การให้เหตุผลทางอ้อม

แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะหรือความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับความรู้ หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม ทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่หรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้กับชีวิตจริงได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายและน่าสนใจ เข้าใจถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่นๆ และใช้ในชีวิตประจำวันได้จริง ทำให้เกิดความคงทนในการเรียนรู้ มี 3 ลักษณะ คือ

1. การเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อไปสัมพันธ์กับเนื้อหาอื่นๆ หรือเนื้อหาใหม่ ในวิชาคณิตศาสตร์

2. การเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับเนื้อหาสาระวิชาอื่น

3. การเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

ซึ่งการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงจึงควรสอนเนื้อหาที่มีความสัมพันธ์กันร่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์จะทำให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้น ครูผู้สอนจะต้องวางแผนเตรียมการสอนมาเป็นอย่างดี คาดการณ์การแก้ปัญหาของนักเรียน กระตุ้นด้วยคำถามให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์และนำไปสู่การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง

ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันเพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริงและมีทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น ๆ แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกันประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้นสามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะและกระบวนการการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมในด้านความคิดอย่างถ่วงรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วยในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model)

รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model) ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ 1) หลักการของรูปแบบการเรียนการสอน 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน 3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ 4) การวัดและประเมินผลของรูปแบบการเรียนการสอน 5) ปัจจัยสนับสนุนการจัดการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

หลักการ

รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีหลักในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงความรู้หรือข้อมูลใหม่ให้เข้ากับโครงสร้างความรู้เดิม การจัดสิ่งเร้าหรือสื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมตรงกับความสนใจของผู้เรียน เป็นแรงจูงใจสำคัญที่นำไปสู่การเรียนรู้

2. ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง จากการได้ลงมือปฏิบัติอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอน และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม การแสดงความคิดเห็นอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน โดยผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการฝึกปฏิบัติทักษะให้เกิดความชำนาญ ช่วยให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง

วัตถุประสงค์

รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

กระบวนการจัดการเรียนรู้

กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม (Review previous knowledge) เป็นขั้นตอนในการทบทวนความรู้ ทักษะ หรือประสบการณ์เดิม เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์เดิมกับการเรียนรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความพร้อมในการเรียนรู้บทเรียนใหม่ ช่วยให้ผู้เรียนไม่เกิดปัญหาในการเรียนรู้ ซึ่งผู้สอนอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย เช่น ผู้สอนอาจใช้การสนทนาซักถามให้ผู้เรียนเล่าประสบการณ์เดิม หรือให้ผู้เรียนแสดงโครงความรู้เดิม (Graphic Organizer) (ของ ตัน ทิศนา แคมมณี, 2548: 283 – 284) การทดสอบก่อนบทเรียน ซึ่งเป็นการประเมินความรู้ของผู้เรียนเพื่อเตรียมความพร้อมในการรับเนื้อหาใหม่

- ขั้นที่ 2 เรียนรู้เนื้อหาใหม่ (Educate) เป็นขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้หรือได้ประสบการณ์ใหม่จากการเรียนรู้ด้วยตนเองจนนำไปสู่การสรุปเป็นองค์ความรู้ โดยการสอนเนื้อหา การให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง การจัดประสบการณ์ต่างๆ ผ่านสื่อการสอน ให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยนำกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มาเป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหา มีขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบหรือมองย้อนกลับ

ขั้นที่ 3 ฝึกทักษะให้เชี่ยวชาญ (Practice) เป็นขั้นการฝึกทักษะการแก้ปัญหาและเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวผู้เรียนเองผ่านกระบวนการกลุ่ม เพื่อผู้เรียนได้รับการพัฒนาทักษะจากการเรียนรู้จนเกิดเป็นความเชี่ยวชาญในการแก้ปัญหาและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการฝึกทักษะนี้จะช่วยย้าความเข้าใจ และทำให้เกิดความชำนาญ ความแม่นยำ สามารถนำหลักการหรือวิธีการไปใช้ในการคิด วิเคราะห์ โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ซึ่งผู้สอนต้องสร้างเจตคติที่ดีต่อการฝึกทักษะ และจัดการฝึกให้เหมาะสมกับผู้เรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลงาน สะท้อนกลับ (Learning reflection) เป็นขั้นการประเมินผลการเรียนรู้จากการนำเสนอผลงานที่ปฏิบัติ โดยครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบอภิปราย แสดงความคิดเห็นและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อให้ผู้เรียนที่นำเสนอผลงานได้รับข้อมูลสะท้อนกลับเพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งเป็นการตรวจสอบเพื่อวินิจฉัยว่าผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้หรือไม่

ขั้นที่ 5 นำไปปรับประยุกต์ใช้ (Apply) เป็นขั้นส่งเสริมให้ผู้เรียนได้นำความรู้ความเข้าใจของตนเองไปในสถานการณ์จริงหรือสถานการณ์เสมือน โดยการให้นักเรียนฝึกแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเพื่อฝึกฝนทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผล

การวัดและประเมินผลเป็นขั้นตอนที่ชี้ให้เห็นผลที่เกิดขึ้นจากการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนเป็นการแสดงให้เห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้นสามารถช่วยให้ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามหลักการและวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งการวัดและประเมินผลต้องสอดคล้องกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนมาวิเคราะห์แล้วกำหนดวิธีการวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการ ดังนี้

1. วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
2. วัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการจัดการเรียนการสอนจากแบบสอบถามความพึงพอใจ

ปัจจัยสนับสนุนการจัดการเรียนรู้

ปัจจัยสนับสนุนการจัดการเรียนรู้เป็นการกำหนดบทบาทหน้าที่ของครูผู้สอนและผู้เรียนหรือเป็นการแสดงเงื่อนไขที่เป็นองค์ประกอบในการช่วยส่งเสริมให้สามารถนำกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลยิ่งขึ้น ประกอบด้วยระบบต่าง ๆ ดังนี้

1. ระบบสังคม การเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ผู้เรียนต้องเป็นผู้รับผิดชอบการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการฝึกปฏิบัติทักษะให้เกิดความชำนาญ นอกจากนี้ผู้เรียนต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกันและมีความกระตือรือร้นในการแสดงความคิดเห็น
2. หลักการตอบสนอง การนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปใช้ครูผู้สอนต้องเป็น ผู้อำนวยความสะดวกในการสอนตามขั้นตอนและกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิดในระดับสูง

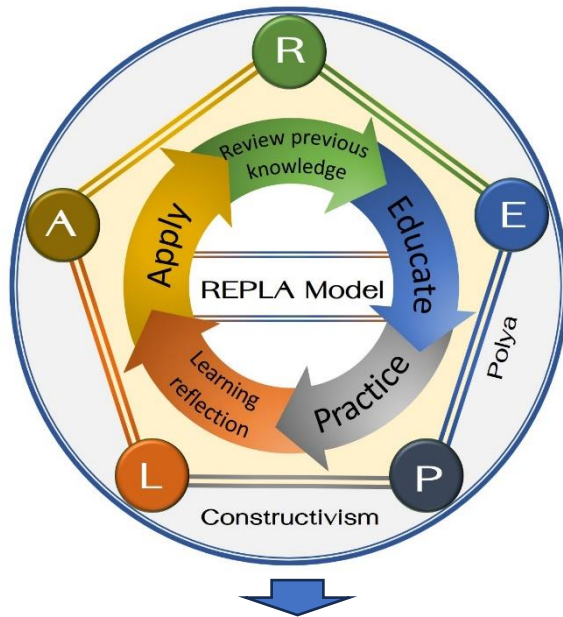
3. ระบบสนับสนุน การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ครูผู้สอนต้องจัดบรรยากาศการเรียนรู้ในเชิงบวกและให้ผู้เรียนแสดงออกอย่างอิสระ นอกจากนี้ควรจัดหาสถานการณ์หรือปัญหาที่มีความน่าสนใจและมีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

หลักการ

1. การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงความรู้หรือข้อมูลใหม่ให้เข้ากับโครงสร้างความรู้เดิมการจัดสิ่งเร้าหรือสื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมตรงกับความสนใจของผู้เรียน เป็นแรงจูงใจสำคัญที่นำไปสู่การเรียนรู้
2. ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง จากการได้ลงมือปฏิบัติอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอน และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม การแสดงความคิดเห็นอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน โดยผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการฝึกปฏิบัติทักษะให้เกิดความชำนาญ ช่วยให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง

วัตถุประสงค์

เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5



กระบวนการจัดการเรียนรู้

- ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้เดิม (Review previous knowledge)
- ขั้นที่ 2 ขั้นเรียนรู้เนื้อหาใหม่ (Educate)
- ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะให้เชี่ยวชาญ (Practice)
- ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลงาน สะท้อนกลับ (Learning reflection)
- ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปปรับประยุกต์ใช้ (Apply)

การวัดและประเมินผล

1. วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
2. วัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการเรียนการสอนจากแบบสอบถามความพึงพอใจและแบบบันทึกสะท้อนผลการเรียนรู้

ปัจจัยสนับสนุนการจัดการเรียนรู้

ระบบสังคม

1. ผู้รับผิดชอบการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการฝึกปฏิบัติทักษะให้เกิดความชำนาญ
2. ผู้เรียนต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน และมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

หลักการตอบสนอง

ครูผู้สอนต้องเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการสอนตามขั้นตอนและกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิดในระดับสูง

ระบบสนับสนุน

1. ต้องจัดบรรยากาศการเรียนรู้ในเชิงบวกและให้ผู้เรียนแสดงออกอย่างอิสระ
2. จัดหาสถานการณ์หรือปัญหาที่มีความน่าสนใจและมีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

ผลที่ได้

1. นักเรียนมีความสามารถการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น
2. นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมากต่อการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น

รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ REPLA เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา
และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (REPLA Model)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	วิชาคณิตศาสตร์	รหัสวิชา ค 15101
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2566
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง บัญญัติไตรยางศ์		เวลา 8 ชั่วโมง
เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ในชีวิตประจำวัน		เวลา 1 ชั่วโมง
ผู้สอน นายนรินทร์ มิระสิงห์	สอนวันที่.....	

1. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค. 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการสมบัติของการดำเนินการและนำไปใช้

2. ตัวชี้วัด

ค 1.1 ป.5/2 แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์

3. สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์

4. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

ด้านความรู้คณิตศาสตร์

1. อธิบายและวางแผนเกี่ยวกับวิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์
2. คาดคะเนคำตอบของสถานการณ์ที่กำหนดให้

ด้านทักษะและกระบวนการ

1. สื่อสาร นำเสนอแนวคิด และวิธีการทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา
3. เลือกใช้วิธีแก้ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์
4. ตระหนักในความสมเหตุสมผล และความเป็นไปได้ของคำตอบ

ด้านคุณลักษณะ

1. ตระหนักในประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์
2. ความรู้สึกที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
3. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

5. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

1. บัญญัติไตรยางศ์เป็นวิธีคำนวณอย่างหนึ่งที่ใช้สัดส่วนความสัมพันธ์ของเลข 3 จำนวน โดยนำตัวเลขที่ 1 และ 2 มาคูณหรือหาร เพื่อเทียบหาสัดส่วน 1 หน่วย แล้วจึงนำไปคูณหรือหารกับตัวเลขจำนวนที่ 3 ก็จะได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ

2. โจทย์ปัญหาการคูณและการหารที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนสามจำนวนซึ่งเป็นสิ่งเดียวกัน 2 จำนวน และเป็นสิ่งเดียวกันกับที่โจทย์ถามอีก 1 จำนวน อาจใช้บัญญัติไตรยางศ์ในการหาคำตอบ

3. การเขียนแสดงวิธีหาคำตอบโดยใช้ บัญญัติไตรยางศ์อาจทำได้ ดังนี้
บรรทัดที่ 1 เขียนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของสิ่ง 2 สิ่งตามโจทย์กำหนด โดยให้จำนวนของสิ่งที่ต้องการหาไว้ทางขวา

บรรทัดที่ 2 หาจำนวนของสิ่งที่อยู่ทางขวา โดยให้จำนวนของสิ่งที่อยู่ทางซ้ายเป็น 1 หน่วย

บรรทัดที่ 3 หาจำนวนของสิ่งที่อยู่ทางขวาตามที่โจทย์ต้องการ

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- การแก้ปัญหา
- การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
- การเชื่อมโยง
- การให้เหตุผล
- การคิดสร้างสรรค์

7. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

8. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

9. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้เดิม (Review previous knowledge)

1. นักเรียนเข้ากลุ่มตามที่กำหนด จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 4.4 ที่เป็นการบ้าน และทบทวนโจทย์ปัญหาการคูณและการหารโดยนำขนม 1 แพ็ค มีขนมอยู่จำนวน 12 ห่อ โดยครูซื้อมาในราคา 48 บาท แสดงให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์หาคำตอบว่าขนมราคาห่อละกี่บาท ใครตอบถูกต้องพร้อมอธิบายคำตอบที่ได้ ให้รางวัลเป็นขนม 1 ห่อ



แนวคำตอบ

ขนม 12 ห่อ	ราคา	48	บาท
ขนม 1 ห่อ	ราคา	$\frac{48}{12}$	= 4 บาท

2. ครูถามคำถามเพิ่มเติมว่า ถ้าครูซื้อขนมชนิดนี้เป็นเงิน 120 บาท ครูจะได้ขนมมาทั้งหมดกี่ห่อ ใครตอบถูกต้องพร้อมอธิบายคำตอบที่ได้ ให้รางวัลเป็นขนม 1 ห่อ

แนวคำตอบ

เงิน 48 บาท	ซื้อขนมได้	12 ห่อ
เงิน 1 บาท	ซื้อขนมได้	$\frac{12}{48}$ ห่อ
เงิน 120 บาท	ซื้อขนมได้	$\frac{12}{48} \times 120 = 30$ ห่อ

หรือ

4 × 30	เงิน 48 บาท	ซื้อขนมได้	12 ห่อ	1 × 30	(คำตอบจากข้อ 1.)
	เงิน 4 บาท	ซื้อขนมได้	1 ห่อ		
	เงิน 120 บาท	ซื้อขนมได้	30 ห่อ		

ขั้นที่ 2 ขั้นเรียนรู้เนื้อหาใหม่ (Educate)

1. ครูให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ในการหาคำตอบ ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยครูตั้งโจทย์ปัญหามนกระดานและใช้การถามตอบ ดังนี้

ปากกาค่าด้ามละ 7 บาท แต่หากซื้อ 3 ด้าม ผู้ขายลดราคาให้ผู้ซื้อ 1 บาท
ถ้าครูจ่ายเงินค่าซื้อปากกาเป็นเงิน 140 บาท จะได้ปากกาก็ด้าม

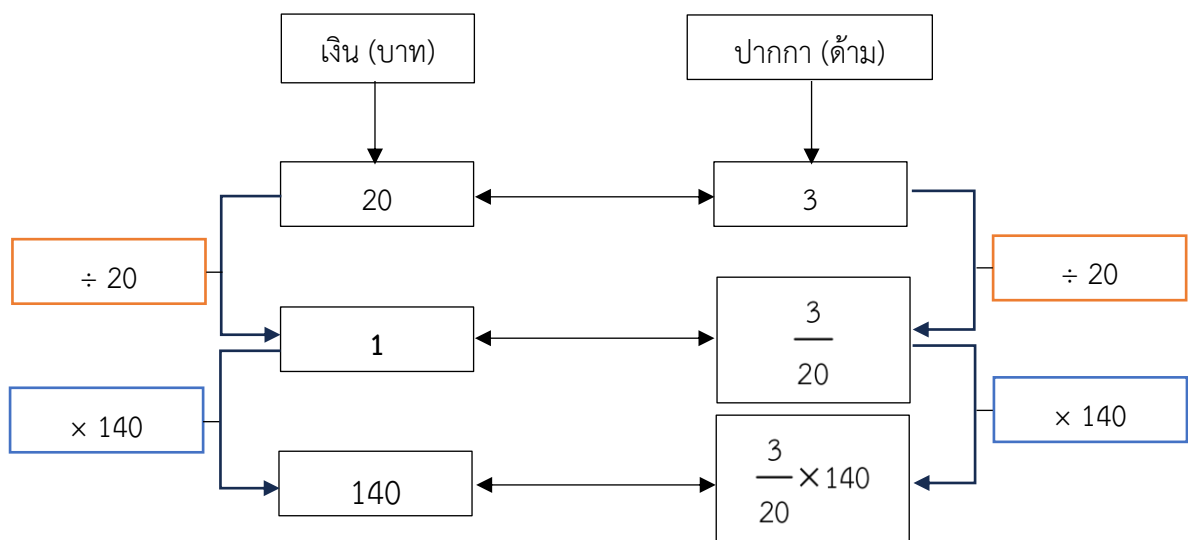


ให้นักเรียนอ่านโจทย์พร้อมกัน แล้วให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้พร้อมระบุเหตุผล จากนั้นครูถามคำถามนักเรียนเพื่อนำเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงอะไร (จำนวนปากกา และ ราคา)
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง (ปากกา ราคาต่อด้ามละ 7 บาท แต่หากซื้อ 3 ด้าม ผู้ขายลดราคาให้ผู้ซื้อ 1 บาท และครูจ่ายเงินค่าปากกาเป็นเงิน 140 บาท)
- ถ้าครูซื้อปากกา 3 ด้าม ครูจะต้องจ่ายเงินกี่บาท (20 บาท)
- สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร (ถ้าครูจ่ายเงินค่าซื้อปากกาเป็นเงิน 140 บาท จะได้ปากกาคี่ด้าม)
- ครูจ่ายเงินไป 140 บาท ครูจะได้ปากกา มากกว่าหรือน้อยกว่า 3 ด้าม เพราะเหตุใด (มากกว่า 3ด้าม เพราะจ่ายเงินมากกว่า 20 บาท)
- การหาคำตอบข้อนี้ควรคิดจากราคาปากกา 1 ด้ามหรือปากกา 3 ด้าม เพราะเหตุใด (ปากกา 3 ด้าม เพราะจะทำให้ผู้ซื้อสามารถประหยัดเงินได้)

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา



เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร $(3 \div 20) \times 140 = \square$ หรือ $\frac{3}{20} \times 140 = \square$

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

วิธีทำ	จ่ายเงิน 20 บาท	ได้ปากกา	3	ด้าม
	จ่ายเงิน 1 บาท	ได้ปากกา	$\frac{3}{20}$	ด้าม
	จ่ายเงิน 140 บาท	ได้ปากกา	$\frac{3}{20} \times 140 = 21$	ด้าม

ตอบ ครูจ่ายเงิน 140 บาท จะได้ปากกา 21 ด้าม

4. ตรวจสอบผล

พิจารณาค่าว่า ครูจ่ายเงิน 140 บาท ได้ปากกา 21 ด้าม เป็นคำตอบที่สมเหตุสมผลหรือไม่ (จำนวนเงินที่มากขึ้น ดังนั้น จำนวนปากกา ต้องมากขึ้นด้วย ซึ่ง จำนวนเงิน 140 บาท ครูได้ปากกามา 21 ด้าม มากกว่า เงิน 20 บาท ซึ่งได้ปากกา 3 ด้าม จึงเป็นคำตอบที่สมเหตุสมผล) โดยสามารถตรวจสอบย้อนกลับได้ดังนี้

ถ้า	จ่ายเงิน 140 บาท	ได้ปากกา	21 ด้าม
	จ่ายเงิน 1 บาท	ได้ปากกา	$\frac{21}{140}$ ด้าม
ดังนั้น	จ่ายเงิน 20 บาท	ได้ปากกา	$\frac{21}{140} \times 20 = 3$ ด้าม

นั่นคือ ครูจ่ายเงิน 140 บาท จะได้ปากกา 21 ด้าม จึงเป็นคำตอบที่สมเหตุสมผล

2. ให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายว่าการซื้อของต่างๆ ในชีวิตประจำวัน ควรพิจารณาถึงความจำเป็นและความคุ้มค่า เช่น ปากกาที่ยกตัวอย่างนี้ หากนักเรียนมีเงิน 20 บาท แต่นักเรียนไม่มีความจำเป็นต้องใช้ถึง 3 ด้าม ก็ควรซื้อด้ามเดียว ก็จะมีเงินไว้ใช้จ่ายอย่างอื่น แต่หากนักเรียนต้องการซื้อปากกาเป็นจำนวนมาก นักเรียนจึงควรเลือกซื้อ 3 ด้าม ราคา 20 บาท

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ร่วมกัน ดังนี้

โจทย์ปัญหาการคูณและการหารที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของสิ่ง 2 สิ่ง สิ่งละ 2 จำนวน โดยโจทย์กำหนดปริมาณของสิ่ง 2 สิ่ง ให้ 3 จำนวน ซึ่งเป็นปริมาณของสิ่งเดียวกัน 2 จำนวน และเป็นปริมาณของอีกสิ่งหนึ่ง 1 จำนวนอาจหาปริมาณของอีกสิ่งหนึ่ง อีก 1 จำนวนได้ โดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ มีขั้นตอนดังนี้

บรรทัดที่ 1 เขียนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของสิ่ง 2 สิ่งตามโจทย์กำหนด โดยให้จำนวนของสิ่งที่ต้องการหาไว้ทางขวา

บรรทัดที่ 2 หาจำนวนของสิ่งที่อยู่ทางขวา โดยให้จำนวนของสิ่งที่อยู่ทางซ้ายเป็น 1 หน่วย

บรรทัดที่ 3 หาจำนวนของสิ่งที่อยู่ทางขวาตามที่โจทย์ต้องการซึ่งการคำนวณโจทย์ปัญหาการคูณและการหารต้องทราบว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการถามมีค่ามากขึ้นหรือน้อยลง **ถ้ามีค่าเพิ่มขึ้นให้หาผลคูณ ถ้ามีค่าลดลงให้หาผลหาร** โดยการหารสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเศษส่วนได้ และการซื้อสินค้าต่าง ๆ นักเรียนควรพิจารณาถึงความคุ้มค่าด้วย

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะให้เชี่ยวชาญ (Practice)

ครูยกตัวอย่างสถานการณ์อีก 1 สถานการณ์ที่เกิดขึ้นได้จริงในชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดวิเคราะห์ คาดคะเนคำตอบ วางแผน และดำเนินการแก้ปัญหา เสร็จแล้วนักเรียนเปรียบเทียบผลงานของตนเองกับเพื่อนในกลุ่มว่าใช้วิธีแก้ปัญหาเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร ได้คำตอบเท่ากันหรือไม่ จากนั้นให้ร่วมกันพิจารณาอีกครั้งว่าของสมาชิกคนใดทำได้ถูกต้อง ครบถ้วน แล้วจึงช่วยกันเขียนผลการดำเนินการหาคำตอบลงในกระดาษปฎิบัติที่ครูแจกให้แต่ละกลุ่มเพื่อนำเสนอผลการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน

แม่ค้าขายขนมสอดไส้ เขียนราคาติดไว้ดังนี้
 ขนมห่อละ 5 บาท
 ซื้อมัน 3 ห่อ แยม 1 ห่อ
 ซื้อมัน 5 ห่อ แยม 2 ห่อ

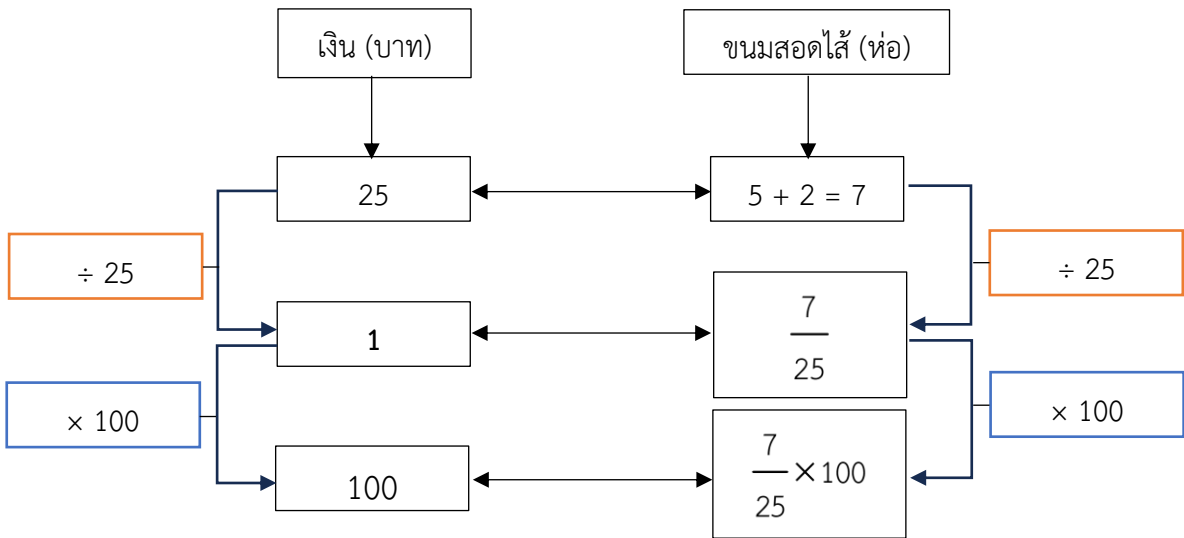


แม่ต้องการซื้อขนมสอดไส้ไปตักบาตรพระ โดยจ่ายค่าขนมเป็นเงิน 100 บาท แม่จะได้ขนมสอดไส้กี่ห่อ
 (แนวคำตอบ)

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงอะไร (จำนวนขนมสอดไส้ และ ราคา)
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง (ขนมห่อละ 5 บาท แต่ถ้า ซื้อมัน 3 ห่อ แยม 1 ห่อ หรือ ซื้อมัน 5 ห่อ แยม 2 ห่อ , แม่จ่ายเงินค่าขนม 100 บาท)
- ถ้าแม่จ่ายเงิน 5 บาทจะได้ขนมสอดไส้กี่ห่อ (1 ห่อ)
- ถ้าแม่จ่ายเงิน 15 บาทจะได้ขนมสอดไส้กี่ห่อ (4 ห่อ เพราะ ซื้อ 3 ห่อ แยม 1 ห่อ)
- ถ้าแม่จ่ายเงิน 25 บาทจะได้ขนมสอดไส้กี่ห่อ (7 ห่อ เพราะซื้อ 5 ห่อ แยม 2 ห่อ)
- สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร (แม่จ่ายเงินค่าขนม 100 บาท จะได้ขนมสอดไส้กี่ห่อ)
- แม่จ่ายเงินไป 100 บาท แม่จะได้ขนมสอดไส้ มากกว่าหรือน้อยกว่า 7 ห่อ เพราะเหตุใด (มากกว่า 7 ห่อ เพราะจ่ายเงินมากกว่า 25 บาท)
- การหาคำตอบข้อนี้ควรคิดจากราคาขนมสอดไส้แบบใด เพราะเหตุใด (ซื้อขนม 5 ห่อ แยม 2 ห่อ เพราะจะทำให้ผู้ซื้อสามารถประหยัดเงินได้)

2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา



เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร $(7 \div 25) \times 100 = \square$ หรือ $\frac{7}{25} \times 100 = \square$

3. ขั้นตอนดำเนินการตามแผน

วิธีทำ	จ่ายเงิน 25 บาท	ได้ขนมสอดไส้	7	ห่อ
	จ่ายเงิน 1 บาท	ได้ขนมสอดไส้	$\frac{7}{25}$	ห่อ
	จ่ายเงิน 100 บาท	ได้ขนมสอดไส้	$\frac{7}{25} \times 100 = 28$	ห่อ

ตอบ แม่จ่ายเงิน 100 บาท จะได้ขนมสอดไส้ 28 ห่อ

4. ตรวจสอบผล

ถ้า	จ่ายเงิน 100 บาท	ได้ขนมสอดไส้	28	ห่อ
	จ่ายเงิน 1 บาท	ได้ขนมสอดไส้	$\frac{28}{100}$	ห่อ
ดังนั้น	จ่ายเงิน 25 บาท	ได้ขนมสอดไส้	$\frac{28}{100} \times 25 = 7$	ห่อ

นั่นคือ แม่จ่ายเงิน 100 บาท จะได้ขนมสอดไส้ 28 ห่อ จึงเป็นคำตอบที่สมเหตุสมผล

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลงาน สะท้อนกลับ (Learning reflection)

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของตนเอง ครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือร่วมกัน ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง หากพบว่าถูกต้องก็เสริมแรงโดยการปรบมือแสดงความชื่นชม พร้อมให้ คะแนนเต็ม (100 คะแนน) และขนมเป็นรางวัล หากพบว่ายังมีข้อบกพร่องหรือผิดพลาด ให้เพื่อน สมาชิกกลุ่มอื่นเพิ่มเติมหรือแก้ไขให้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เพื่อน ๆ ประเมินให้คะแนนด้วย

2. เมื่อทุกกลุ่มนำเสนอผลงานแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า การซื้อของที่มีการถมนักเรียนควรตรวจสอบว่าของที่ได้เป็นไปตามที่กำหนดหรือไม่ อย่างกรณีนี้หากนักเรียนไม่ตรวจสอบนักเรียนอาจเสียเปรียบแม่ค้าเพราะแม่ค้าอาจคิดจากขนมห่อละ 5 บาท ซึ่งเงิน 100 บาท จะซื้อขนมได้ 20 ห่อเท่านั้น

ขั้นที่ 5 ขั้นการนำไปปรับประยุกต์ใช้ (Apply)

ให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ในชีวิตประจำวัน เป็นรายบุคคล ให้เกิดเพื่อความชำนาญ ความคงทนในการเรียนรู้ โดยการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง และส่งเสริมผู้เรียนกำกับการเรียนรู้และมีการเรียนรู้แบบนำตนเอง

10. สื่อการเรียนรู้

1. ขนม 1 แพ็ค จำนวน 12 ห่อ
2. โจทย์การคูณและการหารที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน
3. กระดาษบรรพ ปากกาเคมี
4. ใบงานที่ 7 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ในชีวิตประจำวัน

11. การวัดและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้คณิตศาสตร์ : K 1. อธิบายและวางแผนเกี่ยวกับวิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ 2. คาดคะเนคำตอบของสถานการณ์ที่กำหนดให้	- การใช้คำถาม - การตรวจผลงาน	- คำถามสะท้อนความคิด - แบบสังเกตพฤติกรรม - แบบเฉลย	- นักเรียนได้คะแนนร้อยละ 80 ขึ้นไป ถือว่าผ่าน การประเมิน
ด้านทักษะและกระบวนการ : P 1. สื่อสาร นำเสนอแนวคิด และวิธีการทางคณิตศาสตร์ 2. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา 3. เลือกใช้วิธีแก้ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ 4. ตระหนักในความสมเหตุสมผล และความเป็นไปได้ของคำตอบ	- การใช้คำถาม - การตรวจผลงาน - การนำเสนอ	- คำถามสะท้อนความคิด - แบบเฉลย - แบบสังเกตพฤติกรรม การปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม	- นักเรียนได้คะแนนระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน - นักเรียนแต่ละกลุ่มได้คะแนนระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน
ด้านคุณลักษณะ : A 1. ตระหนักในประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ 2. ความรู้สึกที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ 3. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์	- สังเกตจากการตอบคำถาม - การสังเกตพฤติกรรมนักเรียนในชั้นเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน - คำถามสะท้อนความคิด	- นักเรียนได้คะแนนระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน	- สังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์จากการทำงานกิจกรรมในชั้นเรียน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- นักเรียนได้คะแนนระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา 4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต	- สังเกตพฤติกรรมนักเรียน	- แบบประเมินด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	- นักเรียนได้คะแนนระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การทำความเข้าใจ ปัญหา	2 1 0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ไม่ถูกต้อง หรือบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่บอกสิ่งที่ โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง หรือบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่ง ที่ โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ ระบุเลย
การวางแผนในการ แก้ปัญหา	3 2 1 0	- ระบุข้อมูลหรือความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและวางแผนการ แก้ปัญหาได้ถูกต้อง - วางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ระบุข้อมูลหรือความรู้ที่ต้อง ใช้ ในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ ระบุข้อมูลหรือความรู้ที่ต้องใช้ใน การแก้ปัญหาและวางแผนการ แก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน - ระบุข้อมูลหรือความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา แต่วางแผนการ แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง - ระบุข้อมูลหรือความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและวางแผนการ แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนตอบเลย
การดำเนินการแก้ปัญหา	3 2 1 0	- แสดงวิธีการในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน - แสดงวิธีการในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง มีการคำนวณผิดพลาด เล็กน้อย หรือแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่แสดงไม่ สิ้นสุดจนได้คำตอบ - มีร่องรอยการแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน - แสดงวิธีการในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนแสดงการ แก้ปัญหา
การสรุปและตรวจ คำตอบ	2 1 0	- มีการสรุปและตรวจคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ - มีการสรุปคำตอบแต่ไม่ตรวจสอบคำตอบ - ไม่มีสรุปและไม่มีการตรวจคำตอบการดำเนินการแก้ปัญหา

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

คะแนน 8 - 10 หมายถึง ดีมาก

คะแนน 6 - 7 หมายถึง ดี

คะแนน 4 - 5 หมายถึง ปานกลาง

คะแนน 0 - 3 หมายถึง ควรปรับปรุง

เกณฑ์ผ่าน ได้ระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไป

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
5	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่พบ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา/อธิบายข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
4	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่พบ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา/อธิบายข้อสรุปได้แต่คำตอบไม่ถูกต้อง
3	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่พบ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน และอธิบายข้อสรุปไม่ถูกต้อง
2	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่พบ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหายังไม่เหมาะสม แต่มีความพยายามในการเขียนอธิบาย
1	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่พบ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหายังไม่เหมาะสม และไม่มี ความพยายามในการเขียนอธิบาย
0	ไม่สามารถนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ที่พบได้

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

- คะแนน 5 หมายถึง ดีมาก
- คะแนน 4 หมายถึง ดี
- คะแนน 3 หมายถึง ปานกลาง
- คะแนน 2 หมายถึง พอใช้
- คะแนน 0 - 1 หมายถึง ควรปรับปรุง

เกณฑ์ผ่าน ได้ระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไป

เกณฑ์การให้คะแนนด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ประเด็นการประเมิน	ระดับคะแนน		
	3	2	1
มีวินัย	<ul style="list-style-type: none"> - ผลงานสะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันทุกครั้ง 	<ul style="list-style-type: none"> - ผลงานส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นส่วนใหญ่ 	<ul style="list-style-type: none"> - ผลงานไม่ค่อยเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกัน บางครั้งต้องอาศัยการแนะนำ
ใฝ่เรียนรู้	<ul style="list-style-type: none"> - มีความสนใจ/ความตั้งใจตลอดระยะเวลาการเรียนรู้ 	<ul style="list-style-type: none"> - มีความสนใจ/ความตั้งใจเป็นบางครั้ง 	<ul style="list-style-type: none"> - มีความสนใจ/ความตั้งใจในระยะเวลาสั้นๆ ชอบเล่นในเวลาเรียน
มุ่งมั่นในการทำงาน	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติตนเองจนเป็นนิสัยเป็นตัวอย่างแก่ผู้อื่น และแนะนำชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติตามได้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติตนเองจนเป็นนิสัย 	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่ากำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

คะแนน 7 - 9 คะแนน หมายถึง ดี

คะแนน 4 - 6 คะแนน หมายถึง พอใช้

คะแนน 1 - 3 คะแนน หมายถึง ปรับปรุง

เกณฑ์ผ่าน ได้ระดับคุณภาพ ดี ขึ้นไป

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะของผู้บริหาร/ผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....
(.....)

ตำแหน่ง

วันที่ เดือน พ.ศ.

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการจัดการเรียนรู้

1. นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ (K)

.....

.....

.....

2. นักเรียนมีความรู้เกิดทักษะ (P)

.....

.....

.....

3. นักเรียนมีเจตคติ ค่านิยม คุณธรรมจริยธรรม (A)

.....

.....

.....

ปัญหา อุปสรรค และแนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายนรินทร์ มิระสิงห์)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ เดือน พ.ศ.

ภาคผนวก

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

ใบงานที่ 7

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ในชีวิตประจำวัน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ

1. แม่ค้าขายถั่วฝักยาวกำละ 10 บาท ถั่วซื้อ 50 บาท แม่ค้าแถมอีก 1 กำ ลุงจ่ายเงินค่าถั่วฝักยาว 300 บาท ลุงได้ถั่วฝักยาวไปกี่กำ

1. ทำความเข้าใจโจทย์

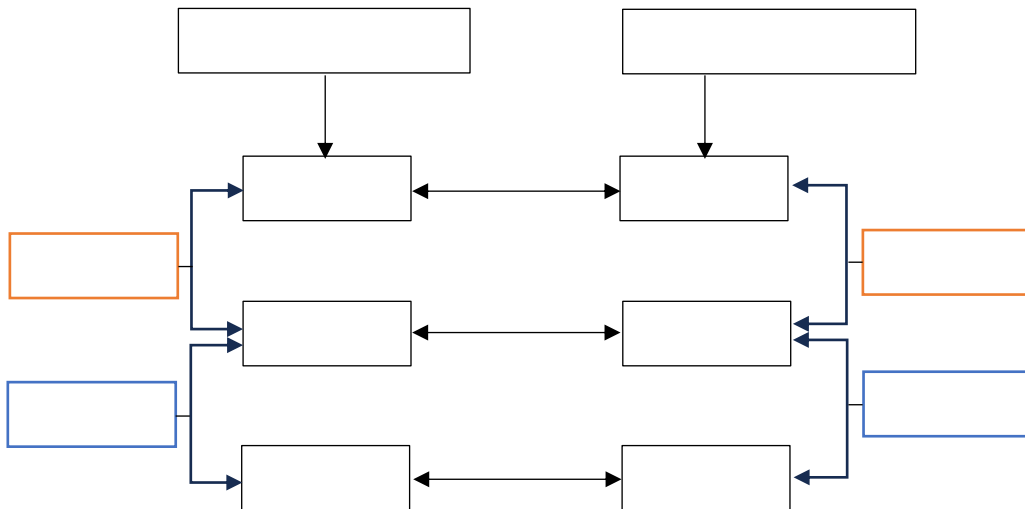
ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจโจทย์ตามคำถามต่อไปนี้

- โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงเรื่องอะไร.....
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง.....
- ถ้าลุงจ่ายเงิน 50 บาท จะได้ถั่วฝักยาวกี่กำ.....
- โจทย์ต้องการทราบอะไร.....



2. วางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาลงในแผนผังการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา



4) ประโยคสัญลักษณ์ คือ

3. ดำเนินการตามแผน

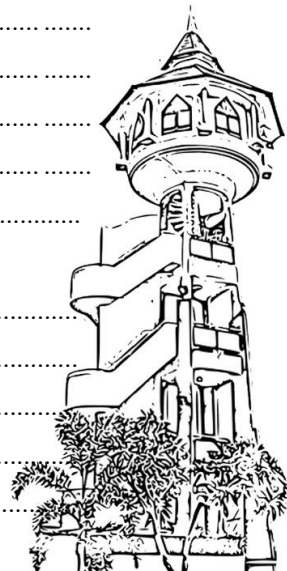
วิธีทำ

ตอบ

4. การตรวจสอบผล

ดังนั้น

นั่นคือ



2. สมุดราคาเล่มละ 15 บาท แต่ถ้าซื้อสมุด 3 เล่ม จะแถม ปากกา หรือ ดินสอ หรือ ไม้บรรทัด โดยเลือกได้
อย่างละ 1 ชิ้น กิตติไปซื้อสมุดที่ร้านดังกล่าวเป็นเงิน 180 บาท กิตติจะได้ของแถมกี่ชิ้น



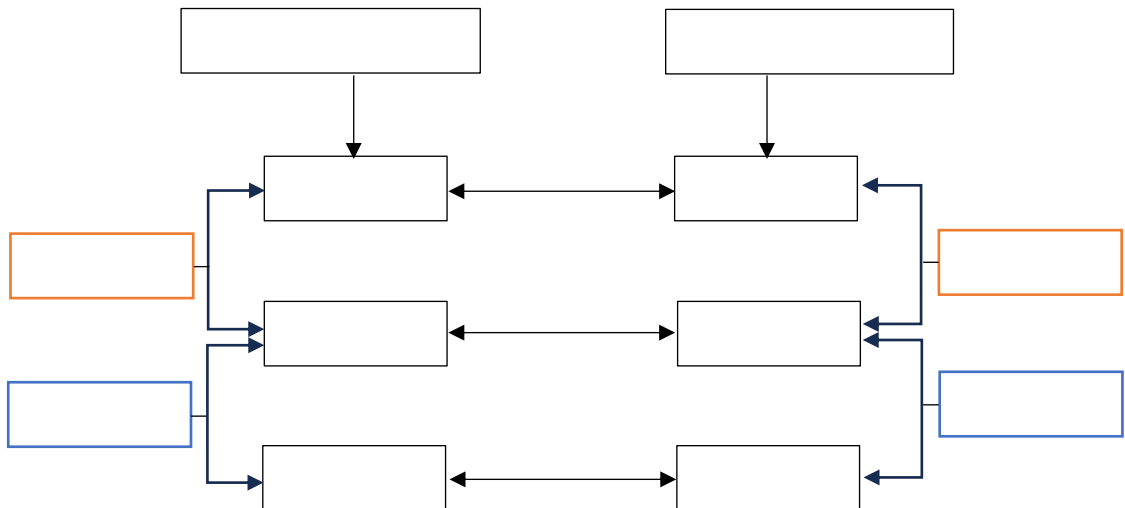
1. ทำความเข้าใจโจทย์

ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจโจทย์ตามคำถามต่อไปนี้

- โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงเรื่องอะไร.....
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง.....
- จะได้ของแถม 1 ชิ้น ต้องซื้อสมุดเป็นเงินกี่บาท
- โจทย์ต้องการทราบอะไร.....

2. วางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาลงในแผนผังการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา



4) ประโยคสัญลักษณ์ คือ

3. ดำเนินการตามแผน

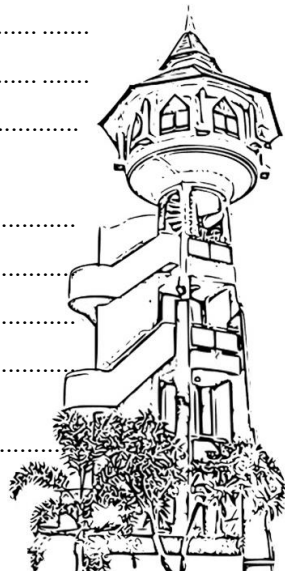
วิธีทำ

ตอบ

4. การตรวจสอบผล

ดังนั้น

นั่นคือ



เฉลยใบงานที่ 7
เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์ในชีวิตประจำวัน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ

1. แม่ค้าขายถั่วฝักยาวกำละ 10 บาท ถ้าซื้อ 50 บาท แม่ค้าแถมอีก 1 กำ ลุงจ่ายเงินค่าถั่วฝักยาว 300 บาท ลุงได้ถั่วฝักยาวไปกี่กำ

1. ทำความเข้าใจโจทย์

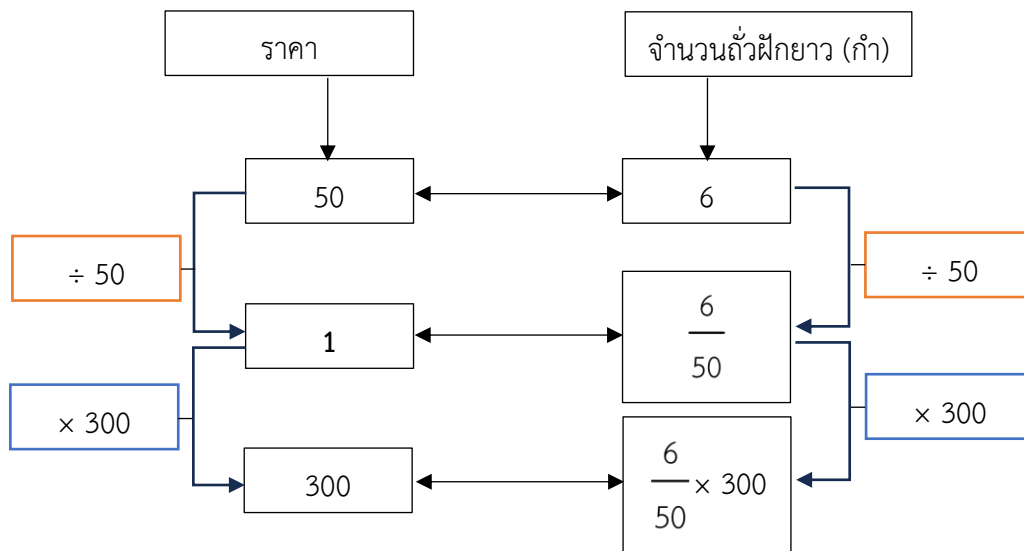
ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจโจทย์ตามคำถามต่อไปนี้

- โจทย์ข้อนี้อ้างถึงเรื่องอะไร จำนวนกำของถั่วฝักยาวและราคา
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง ถั่วฝักยาวกำละ 10 บาท ถ้าซื้อ 50 บาท แม่ค้าแถมอีก 1 กำ ลุงจ่ายเงินค่าถั่วฝักยาว 300 บาท
- ถ้าลุงจ่ายเงิน 50 บาท จะได้ถั่วฝักยาวกี่กำ 6 กำ
- โจทย์ต้องการทราบอะไร ลุงจ่ายเงินค่าถั่วฝักยาว 300 บาท ลุงได้ถั่วฝักยาวไปกี่กำ



2. วางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาลงในแผนผังการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

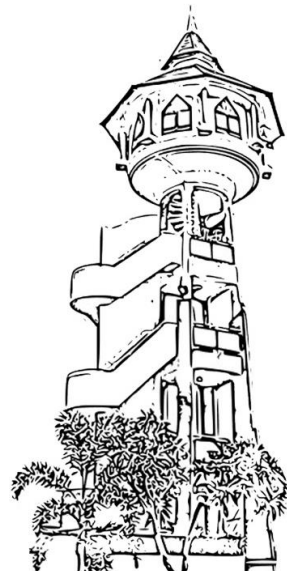


4) ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{6}{50} \times 300 = \square$

3. ดำเนินการตามแผน

วิธีทำ	จ่ายเงิน	ได้ถั่วฝักยาว	จำนวน
	จ่ายเงิน 50 บาท	ได้ถั่วฝักยาว	6 กำ
	จ่ายเงิน 1 บาท	ได้ถั่วฝักยาว	$\frac{6}{50}$ กำ
	จ่ายเงิน 300 บาท	ได้ถั่วฝักยาว	$\frac{6}{50} \times 300 = 36$ กำ

ตอบ ลุงจ่ายเงินค่าถั่วฝักยาว 300 บาท ลุงได้ถั่วฝักยาว 36 กำ

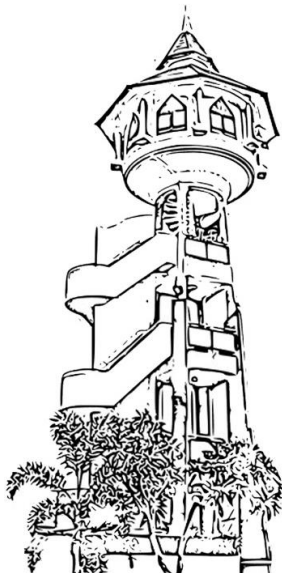


☆ ☆ ☆ — ☆ ☆ ☆

4. การตรวจสอบผล

ถ้า จ่ายเงิน 300 บาท	ได้ถั่วฝักยาว	36	กิโลกรัม
จ่ายเงิน 1 บาท	ได้ถั่วฝักยาว	$\frac{36}{300}$	กิโลกรัม
ดังนั้น จ่ายเงิน 50 บาท	ได้ถั่วฝักยาว	$\frac{36}{300} \times 50 = 6$	กิโลกรัม

นั่นคือ ลูกจ่ายเงินค่าถั่วฝักยาว 300 บาท ลูกได้ถั่วฝักยาว 36 กิโลกรัม จึงเป็นคำตอบที่สมเหตุสมผล



2. สมุดราคาเล่มละ 15 บาท แต่ถ้าซื้อสมุด 3 เล่ม จะแถม ปากกา หรือ ดินสอ หรือ ไม้บรรทัด โดยเลือกได้อย่างละ 1 ชิ้น กิตติไปซื้อสมุดที่ร้านดังกล่าวเป็นเงิน 180 บาท กิตติจะได้ของแถมกี่ชิ้น



1. ทำความเข้าใจโจทย์

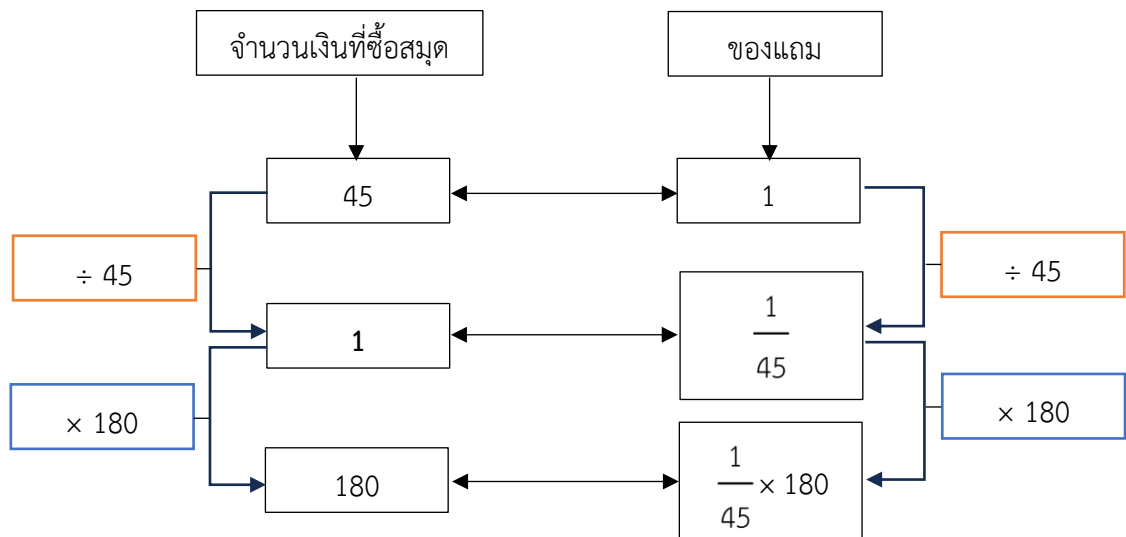
ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจโจทย์ตามคำถามต่อไปนี้

- โจทย์ข้อนี้นักกล่าวถึงเรื่องอะไร การซื้อสมุดและของแถม
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง สมุดราคาเล่มละ 15 บาท แต่ถ้าซื้อสมุด 3 เล่ม จะแถม ปากกา หรือ ดินสอ หรือ ไม้บรรทัด โดยเลือกได้อย่างละ 1 ชิ้น กิตติไปซื้อสมุดที่ร้านดังกล่าวเป็นเงิน 180 บาท

- จะได้ของแถม 1 ชิ้น ต้องซื้อสมุดเป็นเงินกี่บาท 45 บาท
- โจทย์ต้องการทราบอะไร กิตติจะได้ของแถมกี่ชิ้น

2. วางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาลงในแผนผังการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

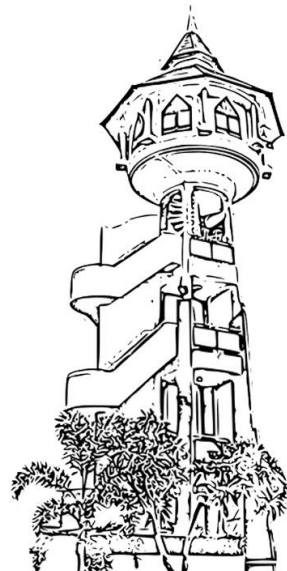


4) ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{1}{45} \times 180 = \square$

3. ดำเนินการตามแผน

วิธีทำ	ซื้อสมุดเป็นเงิน 45 บาท	ได้ของแถม	1	ชิ้น
	ซื้อสมุดเป็นเงิน 1 บาท	ได้ของแถม	$\frac{1}{45}$	ชิ้น
	ซื้อสมุดเป็นเงิน 180 บาท	ได้ของแถม	$\frac{1}{45} \times 180 = 4$	ชิ้น

ตอบ กิตติไปซื้อสมุดที่เป็นเงิน 180 บาท จะได้ของแถม 4 ชิ้น



4. การตรวจสอบผล

ถ้า ซื้อสมุดเป็นเงิน 180 บาท

ได้ของแถม 4 ชิ้น

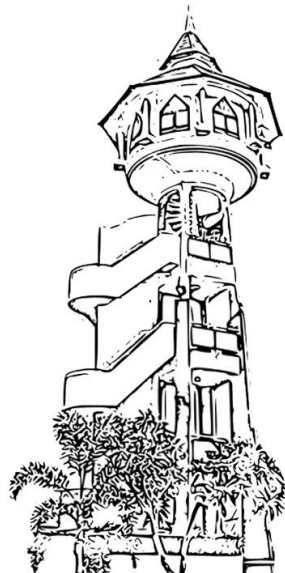
ซื้อสมุดเป็นเงิน 1 บาท

ได้ของแถม $\frac{4}{180}$ ชิ้น

ดังนั้น ซื้อสมุดเป็นเงิน 45 บาท

ได้ของแถม $\frac{4}{180} \times 45 = 1$ ชิ้น

นั่นคือ กิตติไปซื้อสมุดที่เป็นเงิน 180 บาท จะได้ของแถม 4 ชิ้น จึงเป็นคำตอบที่สมเหตุสมผล



บรรณานุกรม

- Kruse, K. (2004). "Introduction to Instructional Design and the ADDIE Model. "International Journal of Educational Development. 4(3) : 12.
- Meir Ben-Hur. (2006). Concept-Rich Mathematics Instruction: Foundation for Reasoning and Problem Solving. Alexandria: Virginia USA.
- Polya, G. (1957). How to solve It. New York: Doubleday & Company.
- Polya, G. (1980). On Solving Mathematical Problems in Highschool. Problem Solving in school Mathematics ; Yearbook. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wilson, James W, et al. (1993). "Mathematical Problem Solving". In Research Ideas for The Classroom, High School. P. 57 – 78. New York: Macmillan Publishing
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สืบค้นจาก https://academic.obec.go.th/images/document/1559878925_d_1.pdf
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560). โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กาญจนา คุณารักษ์ (2545). การออกแบบการเรียนการสอน (พิมพ์ครั้งที่2). นครปฐม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- กิตติมา ปัทมาวิไล และ สุเทพ อ่วมเจริญ. (2559). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะการให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.วิทยานิพนธ์หลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ครองสุข วดีศิริศักดิ์ (2546). ผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาเฉพาะส่วนที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอุเทนวิทยาคาร. การค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- จิตรวรรณ เอกพันธ์. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชุตินา ฉุนอิม และ วรินทร์ สุภาพ. (2558) .การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามของบาดแฮม (BADHAM).ครุศาสตร์มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ณัฐพร นวนสาย.(2554). การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการเรียนการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์.

- ต้องใจ โสภกา. (2564). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่มีต่อทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ครุศาสตร์มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.
- ทิตินา แคมมณี. (2545). แนวทางการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้ ข้อค้นพบจากการศึกษาพหุกรณี. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตินา แคมมณี. (2548). ศาสตร์องค์ความรู้เพื่อการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เจียร พานิช. (2544). การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : มูลนิธิสตรี-สุภาษิตวงศ์
- นนท์ชัย ขุนวิเศษ. (2564). การศึกษาทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- มัณฑนา ลามยั้งยง. (2562). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างมนต์ค้น. NRRU Community Research Journal Vol.13 No.3, หน้า 1.
- วิไลวรรณ สุระวนิชกุล. (2562). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวคิดโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ศุภลักษณ์ ครุทอง. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2564). รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2564 ระดับโรงเรียนแยกตามสาระการเรียนรู้ โรงเรียนเทศบาลวารินวิชาชาติ สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น.
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2565). รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2565 ระดับโรงเรียนแยกตามสาระการเรียนรู้ โรงเรียนเทศบาลวารินวิชาชาติ สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2560 ก). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560).ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สืบค้นจาก : <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/download/1526/8378/88>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2560 ข). คู่มือการใช้หลักสูตร รายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สืบค้นจาก : https://www.kan2.go.th/offline/images/download/610512_03.pdf

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2549). คู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่ม
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ .

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์
ครั้งที่ 3 แก้ไขเพิ่มเติม). กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์(พิมพ์ครั้งที่ 1.). กรุงเทพฯ: บริษัท พัฒนา คุณภาพ
วิชาการ(พว.) จำกัด.

สุพรรณิการ์ ชนะนิล. (2560). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์. มหาสารคาม; โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยราชภัฏ
มหาสารคาม.